УДК 622.753:622.648.24

С.И. Криль, д-р техн. наук,
Е.В. Семененко, канд. техн. наук (ИГТМ НАН Украины)

ОБОСНОВАНИЕ УРАВНЕНИЯ БЕРНУЛЛИ ДЛЯ НЕУСТАНОВИВШЕГОСЯ НАПОРНОГО ДВИЖЕНИЯ ГИДРОСМЕСИ В ТРУБАХ

Отримано перший інтеграл диференціальних рівнянь гідромеханіки суспензії – узагальнене рівняння Бернуллі для несталого двофазного потоку в трубах, яке враховує втрати гідродинамічного напору, що обумовлені зміною параметрів руху рідини та твердої фази у часі

JUSTIFICIATION OF BERNOULLI EQUATION FOR UNSTEADY MOVEMENT OF HYDROMIXES IN PIPES UNDER PRESSURE

The first integral of the differential equations of a hydromechanics of suspension is in the form of the generalised Bernoulli equation for a non-stationary flux in a pipe. We also take into account the losses of a hydrodynamic pressure caused by change of parametres of movement of a liquid and a firm phase in time

1. Актуальность темы.

В настоящее время теория неустановившегося напорного течения жидкости достаточно хорошо разработана на случай, когда жидкость однородна. Фундаментальный вклад в создание этой теории внес Н.Е. Жуковский. В своей работе о гидравлическом ударе в водопроводных трубах он впервые разработал теорию распространения ударных волн в упругом трубопроводе при движении в нем невязкой сжимаемой жидкости [1]. Дальнейшему развитию теории Н.Е.Жуковского уже с учетом вязкости жидкости посвящены многие научные статьи и монографии, в частности, монография И.А. Чарного [2], в которой имеется обширный перечень литературных источников по неустановившемуся движению. В основе современной теории неустановившегося движения капельной жидкости в длинном трубопроводе с дозвуковыми скоростями лежат классические уравнения Н.Е. Жуковского для задачи о гидравлическом ударе, дополнительно учитывающие линеаризованное выражение закона гидравлического сопротивления трубы.

Описанный выше подход к решению задачи о неустановившемся движении жидкости называют обычно гидромеханическим подходом, поскольку в данном случае задача сводится к решению линеаризованной гиперболической системы двух дифференциальных уравнений в частных производных, – преобразованных дифференциальных уравнений движения и неразрывности, – при заданных граничных и начальных условиях. Однако, известен еще и так называемый гидравлический подход к решению аналогичной задачи, в основе которого лежит использование обычного уравнения Бернулли, только дополненного новым слагаемым, выражающим инерционный напор [3]. При этом считается, что течение жидкости параллельноструйное и плавно изменяющееся, жидкость вязкая и абсолютно несжимаема, и что стенки трубопровода недеформируемы при изменении в нем давления. Понятно, что такая простейшая гидравлическая модель движения жидкости приемлема лишь для определенного класса неустановившихся течений, в которых ударное давление является несущественным в сравнении со стационарным давлением в трубе. Гидравлический подход к решению задачи о неустановившемся напорном течении позволяет определить, в частности, перепад давлений на концах расчетного участка трубопровода для данного момента времени.

Гидродинамический подход к изучению нестационарных процессов гидротранспортирования твердых дисперсных материалов по трубам использован в [4, 5]. Нестационарные гидродинамические процессы при трубопроводном гидротранспорте наблюдаются, чаще всего, в переходных режимах работы гидротранспортных систем во время запуска или остановки центробежных грунтовых насосов, а также при неравномерной подаче твердого дисперсного материала в трубопровод и значительных колебаниях расхода суспензии. Неустановившиеся режимы в напорных гидротранспортных системах сопровождаются в большинстве случаев резкими колебаниями давления, амплитуда и частота которых во многом зависят от условий гидротранспортирования. К основным факторам, наиболее существенно влияющим на характер изменения давления, относятся режимы работы перекачивающих насосов, места расположения насосов вдоль магистрали, время их включения, выключения, а также инерционность системы насос – электродвигатель, наличие средств защиты от гидравлических ударов и их рабочие параметры.

Результаты теоретических и экспериментальных исследований неустановившихся гидродинамических процессов в переходных режимах работы гидротранспортных систем приведены в [4]. В работе [5] исследованы расходно-напорные характеристики центробежного насоса и трубопровода в случае колебаний расхода суспензии и давления на входе в трубопровод. В упомянутых выше работах предполагается, что объемная концентрация твердого материала в потоке суспензии постоянна и что суспензия представляет собой некоторую однородную жидкость повышенной плотности.

Что касается гидравлического подхода к изучению неустановившегося движения суспензии в трубах, то к настоящему времени он никем вообще не использован и, более того, уравнение Бернулли для такого класса течений нам неизвестно. В то же время существует ряд задач об определении перепада давления на концах расчетного участка трубы при неравномерной во времени подаче твердого материала в трубопровод, решение которых возможно только на основе уравнения Бернулли для нестационарного потока.

2. Цель работы.

Целью данной статьи является вывод обобщенного уравнения Бернулли, учитывающего локальные силы инерции жидкой и твердой фаз суспензии, нестационарно движущейся в трубе.

3. Решаемая научная задача.

Таким образом, речь идет об учете в уравнении Бернулли дополнительного слагаемого, характеризующего потери гидродинамического напора, связанные с изменением параметров движения обеих фаз суспензии во времени.

В качестве исходных уравнений используем общие осредненные по вероятности или элементарному объему дифференциальные уравнения неразрывности и движения для твердой и жидкой фаз суспензии, записанные в прямоугольной системе координат $Ox_1x_2x_3$, предполагая, что жидкость является идеальной и несжимаемой а твердые частицы недеформируемы. В этом случае уравнение неразрывности и движения для твердой и жидкой фаз, с учетом, что по дважды повторяющимся в одночленных выражениях индексам проводится суммирование от единицы до трех, имеют вид [6, 7]:

$$\left(\frac{\partial\bar{V}_{si}}{\partial t}+\bar{V}_{sk}\frac{\partial\bar{V}_{si}}{\partial x_k}\right)\rho_s\bar{C}=\rho_s\bar{C}\Phi_i-\bar{C}\frac{\partial\bar{p}}{\partial x_i}+\bar{R}_i,\quad (i=1,2,3);\ \frac{\partial\bar{C}}{\partial t}+\frac{\partial\bar{C}\bar{V}_{sk}}{\partial x_k}=0,\quad (k=1,2,3);$$

$$\left(\frac{\partial\bar{V}_{wi}}{\partial t}+\bar{V}_{wk}\frac{\partial\bar{V}_{wi}}{\partial x_k}\right)\rho_w\left(1-\bar{C}\right)=\rho_s\left(1-\bar{C}\right)\Phi_i-\left(1-\bar{C}\right)\frac{\partial\bar{p}}{\partial x_i}-\bar{R}_i;\frac{\partial\left(1-\bar{C}\right)}{\partial t}+\frac{\partial\left(1-\bar{C}\right)\bar{V}_{wk}}{\partial x_k}=0;$$

где: t – время; $\rho_s, \bar{C}$ и $\bar{V}_{si}$, $\bar{V}_{wi}$ – плотность, осредненные концентрация и компоненты вектора скорости движения твердых частиц; $\rho_w, \left(1-\bar{C}\right)$ и $\bar{V}_{wk}$, $\bar{V}_{wk}$ – то же для несущей жидкости; $\bar{p}, \bar{R}_i$ – осредненные статическое давление и компонента вектора силы межфазного взаимодействия, которая в данном случае обусловлена обтеканием твердых частиц нестационарным потоком идеальной жидкости; Φ_i – компонента вектора объемной силы, действующей на единицу массы.

Преобразуем эти дифференциальные уравнения к более простым гидравлическим уравнениям неразрывности и гидравлическому уравнению движения – интегралу Бернулли соответственно. При этом будем рассматривать только параллельноструйное и плавно изменяющееся движение суспензии, т.е. случай, когда угол расхождения между соседними элементарными струйками и кривизна струек настолько малы, что расчетные живые сечения можно считать плоскими.

Выберем в качестве новой оси направление линии тока *s* и обозначим через *z* ось, направленную вертикально вверх от произвольной горизонтальной плоскости О-О, называемой плоскостью сравнения (рис. 1). Поскольку линия тока в случае неустановившегося течения характеризуется тем, что для данного момента времени *t* скорости во всех точках этой линии направлены по касательной к ней, можно написать:

$$\bar{V}_{sk}=\bar{V}_s\frac{dx_k}{ds},\ \bar{V}_{wk}=\bar{V}_w\frac{dx_k}{ds},\ \frac{d}{dx_k}\frac{dx_k}{ds}=\frac{d}{ds},\ \frac{\partial\bar{C}}{\partial t}+\frac{\partial\bar{C}\bar{V}_s}{\partial s}=0,\ \frac{\partial\left(1-\bar{C}\right)}{\partial t}+\frac{\partial\left(1-\bar{C}\right)\bar{V}_w}{\partial s}=0. \quad (1)$$

где $\bar{V}_s$ и $\bar{V}_w$ – абсолютные величины векторов осредненных скоростей движения твердых частиц и несущей жидкости в заданной точке линии тока; ds и dx_k – элемент линии тока и его проекция на ось Ox_k.

Почленное сложение последних двух уравнений дает

$$\frac{d\bar{V}}{ds}=0,$$

где $\bar{V}=\bar{C}\bar{V}_s+\left(1-\bar{C}\right)\bar{V}_w$ – осредненная локальная скорость движения суспензии в направлении *s*.

Величину $\bar{V}$ можно трактовать как отношение суммарного объемного расхода твердой и жидкой фаз в элементарной струйке суспензии, геометрической осью которой является линия тока *s*, к площади бесконечно малого поперечного сечения струйки, когда эта площадь в пределе стремится к нулю.

Из последнего уравнения вытекает, что скорость $\bar{V}$ является либо функцией только одной переменной $\bar{V}=\bar{V}\left(t\right)$, либо постоянной величиной.

Будем считать, что единственной массовой силой Φ_i, входящей в эти уравнения, является сила тяжести, а абсолютная величина вектора осредненной силы межфазного взаимодействия учитывает только обтекание твердых частиц нестационарным потоком идеальной жидкости, так что

$$\Phi_i=-g\frac{\partial z}{\partial x_i},\qquad \bar{R}=-\frac{1}{2}\rho_w\bar{C}\frac{\partial}{\partial t}\left(\bar{V}_w-\bar{V}_s\right). \tag{2}$$

где g – ускорение свободного падения; $\bar{R}$ – абсолютная величина вектора осредненной силы межфазного взаимодействия [8].

Подставив (2) в исходные уравнения движения фаз, умножив почленно каждое из них на соответствующую скорость $\bar{V}_{si}$ и просуммировав полученные уравнения, будем иметь:

$$\begin{aligned}&\rho_s\bar{C}\bar{V}_s\frac{\partial}{\partial s}\frac{\bar{V}_s^2}{2}+\rho_w\left(1-\bar{C}\right)\bar{V}_w\frac{\partial}{\partial s}\frac{\bar{V}_w^2}{2}+\left[\bar{C}\bar{V}_s+\left(1-\bar{C}\right)\bar{V}_w\right]\frac{\partial\bar{p}}{\partial s}+\\&+\left[\rho_s\bar{C}\bar{V}_s+\rho_w\left(1-\bar{C}\right)\bar{V}_w\right]g\frac{dz}{ds}+\rho_s\bar{C}\bar{V}_s\frac{\partial\bar{V}_s}{\partial t}+\\&+\rho_w\left(1-\bar{C}\right)\bar{V}_w\frac{\partial\bar{V}_w}{\partial t}+\frac{1}{2}\rho_w\bar{C}\left(\bar{V}_w-\bar{V}_s\right)\frac{\partial}{\partial t}\left(\bar{V}_w-\bar{V}_s\right)=0.\end{aligned} \tag{3}$$

Преобразуем, учитывая уравнения (1), первые четыре слагаемые левой части последнего уравнения, подставив их и поделив почленно на независящую от *s* величину $\bar{V}$ получим

$$\begin{aligned}&\frac{\partial}{\partial s}\left[\rho_{sp}\frac{\bar{V}_s^2}{2}+\rho_{wp}\frac{\bar{V}_w^2}{2}+\bar{p}+\rho_p gz\right]+\rho_{sp}\frac{\partial\bar{V}_s}{\partial t}+\\&+\rho_{wp}\frac{\partial\bar{V}_w}{\partial t}+\left[\rho_s\frac{\bar{V}_s^2}{2}-\rho_w\frac{\bar{V}_w^2}{2}+\left(\rho_s-\rho_w\right)gz\right]\frac{1}{\bar{V}}\frac{\partial\bar{C}}{\partial t}+\\&+\frac{1}{2}\rho_w\bar{C}\frac{1}{\bar{V}}\left(\bar{V}_w-\bar{V}_s\right)\frac{\partial}{\partial t}\left(\bar{V}_w-\bar{V}_s\right)=0;\end{aligned} \tag{4}$$

$$\bar{\rho}_{sp}=\rho_s\bar{C}_p;\;\;\bar{\rho}_{wp}=\rho_w\left(1-\bar{C}_p\right);\;\;\bar{\rho}_p=\rho_s\bar{C}_p+\rho_w\left(1-\bar{C}_p\right);\;\;\bar{C}_p=\frac{\bar{C}\bar{V}_s}{\bar{C}\bar{V}_s+\left(1-\bar{C}\right)\bar{V}_w},$$

где $\bar{\rho}_{sp}$, $\bar{\rho}_{wp}$ и $\bar{\rho}_p$ – расходные осредненные локальные плотности твердой фазы, жидкой фазы и суспензии; $\bar{C}_p$ – осредненная расходная локальная объемная концентрация твердых частиц. В последних двух слагаемых левой части уравнения (4) величина $\bar{C}\bar{V}_s + \left(1-\bar{C}\right)\bar{V}_w$ обозначена через $\bar{V}$.

Проинтегрируем уравнение (4). Интегрировать его будем для данного момента времени по координате *s*. Умножая почленно это уравнение на *ds* и интегрируя его от S_1 до S_2, получаем:

$$\left(\bar{\rho}_{sp}\frac{\bar{V}_s^2}{2}+\bar{\rho}_{wp}\frac{\bar{V}_w^2}{2}+\bar{p}+\bar{\rho}_p gz\right)_{S_1}=\left(\bar{\rho}_{sp}\frac{\bar{V}_s^2}{2}+\bar{\rho}_{wp}\frac{\bar{V}_w^2}{2}+\bar{p}+\bar{\rho}_p gz\right)_{S_2}+$$

$$+\int_{s_1}^{s_2}\Big[\bar{\rho}_{sp}\frac{\partial\bar{V}_s}{\partial t}+\bar{\rho}_{wp}\frac{\partial\bar{V}_w}{\partial t}+\left(\rho_s\frac{\bar{V}_s^2}{2}-\rho_w\frac{\bar{V}_w^2}{2}+\left(\rho_s-\rho_w\right)gz\right)\frac{1}{\bar{V}}\frac{\partial\bar{C}}{\partial t}+ \tag{5}$$

$$+\frac{1}{2}\rho_w\bar{C}\frac{1}{\bar{\bar{V}}}\left(\bar{V}_w-\bar{V}_s\right)\frac{\partial}{\partial t}\left(\bar{V}_w-\bar{V}_s\right)\Big]ds.$$

Это и есть уравнение Бернулли, представленное в форме давлений и написанное для двух живых сечений S_1 и S_2 элементарной струйки неустановившегося потока невязкой суспензии. В отличие от известного уравнения Бернулли для элементарной струйки установившегося движения невязкой суспензии, полученного в [7], уравнение (5) дополнено слагаемым в виде интеграла, которое учитывает локальную составляющую силы инерции, обусловленную изменением осредненных концентрации и скоростей движения фаз в данной точке пространства во времени.

Далее установим вид уравнения Бернулли для целого потока реальной (вязкой) суспензии при плавно изменяющемся движении. Распространяя уравнение (5) на целый поток, будем рассуждать примерно так же, как и в случае уравнения Бернулли для установившегося потока суспензии [7]. В результате, предполагая, что ось *S* является геометрической осью потока, получаем

$$\begin{gathered}\left(\rho_{sp}\alpha_s\frac{u_s^2}{2}+\rho_{wp}\alpha_w\frac{u_w^2}{2}+p+\rho_p gz\right)_{S_1}=\\ =\left(\rho_{sp}\alpha_s\frac{u_s^2}{2}+\rho_{wp}\alpha_w\frac{u_w^2}{2}+p+\rho_p gz\right)_{S_2}+E_{TP}+E_u;\end{gathered} \tag{6}$$

$$\alpha_s=\int_\omega\frac{\bar{C}\bar{V}_s^3 d\omega}{cu_s^3\omega},\qquad \alpha_w=\int_\omega\frac{\left(1-\bar{C}\right)\bar{V}_w^3 d\omega}{\left(1-c\right)u_w^3\omega};$$

$$E_u=\int_{s_1}^{s_2}\left[\alpha_1\rho_{sp}\frac{\partial u_s}{\partial t}+\alpha_2\rho_{wp}\frac{\partial u_w}{\partial t}+\alpha_3\left(\rho_s\frac{u_s^2}{2}-\rho_w\frac{u_w^2}{2}+\left(\rho_s-\rho_w\right)gz\right)\frac{1}{u}\frac{\partial c}{\partial t}+\right.$$

$$\left.+\alpha_4\frac{1}{2}\rho_w c\frac{1}{u}\left(u_w-u_s\right)\frac{\partial}{\partial t}\left(u_w-u_s\right)\right]ds,$$

$$c=\frac{1}{\omega}\int_\omega\bar{C}d\omega,\qquad u_s=\frac{1}{c\omega}\int_\omega\bar{C}\bar{V}_s d\omega,\quad u_w=\frac{1}{\left(1-c\right)\omega}\int_\omega\left(1-\bar{C}\right)\bar{V}_w d\omega,\qquad c_p=\frac{Q_s}{Q},$$

где *c* и u_s, u_w – средние в сечении объемная концентрация и скорости движения твердой и жидкой фаз; *s* – координата измеряемая вдоль геометрической оси потока; $\alpha_s, \alpha_w, \alpha_1, ... \alpha_4$ – поправочные коэффициенты, значения которых зависят от степени неравномерности распределения осредненных концентрации и скоростей фаз в живом сечении; E_{mp} и E_u – удельные (на единицу объема суспензии) энергии, затрачиваемые в данный момент времени на преодоление сил гидравлического сопротивления и, соответственно, локальной силы инерции, действующих на расчетном участке трубопровода; Q_s и Q – средние по сечению объемные расходы твердых частиц и суспензии.

Нетрудно показать, что в общем случае, когда концентрация $c = c(s,t)$, средняя скорость одномерного движения суспензии $u = cu_s + (1-c)u_w$, может быть либо функцией времени, т.е. $u=u(t)$, либо постоянной. Коэффициенты α_s и α_w, являются аналогом коэффициента Кориолиса для потоков однородных жидкостей. Величины α_s и α_w исследованы в [9] в случае установившегося процесса гидротранспорта различных дисперсных материалов по горизонтальным трубам. В этих исследованиях относительная плотность твердых частиц ρ_s/ρ_w изменяется от 1,7 до 3,4, средняя объемная концентрация c – от 0,036 до 0,2, а средняя скорость потока суспензии u – от $u_{кр}$ до $2{,}4u_{кр}$, где $u_{кр}$ – критическая скорость гидротранспортирования, соответствующая началу заиления нижней стенки трубы. В результате установлено, что для данной суспензии коэффициенты α_s и α_w вообще-то отличаются друг от друга, принимают наибольшие значения, равные в среднем 1,4 и 1,14 соответственно, при сравнительно малых скоростях потока, близких или равных критической скорости гидротранспортирования. С увеличением скорости потока значения этих коэффициентов резко уменьшаются, приближаясь друг к другу, и при скоростях $u \geq (1{,}3 \div 1{,}5)u_{кр}$ они практически совпадают с величиной коэффициента Кориолиса для соответствующего потока однородной жидкости. Физически это объясняется тем, что с увеличением средней скорости движения суспензии концентрация твердых частиц выравнивается по глубине потока, а следовательно, эпюры осредненных скоростей жидкой и твердой фаз, являющиеся асимметричными при критическом режиме гидротранспортирования, становятся все более осесимметричными. Что касается остальных коэффициентов $\alpha_1, ... \alpha_4$, то в области гидродинамики суспензий они рассматриваются впервые и в настоящее время их значения не исследованы.

Упростим уравнение (6), выразив входящие в него скорости фаз u_s и u_w через среднюю скорость суспензии u, с учетом выражения для эффективной плотности суспензии и удельного веса несущей жидкости:

$$\left(\frac{\rho_э}{\rho_w}\frac{u^2}{2g} + \frac{p}{\rho_w g} + \frac{\rho_p}{\rho_w}z\right)_{S_1} = \left(\frac{\rho_э}{\rho_w}\frac{u^2}{2g} + \frac{p}{\rho_w g} + \frac{\rho_p}{\rho_w}z\right)_{S_2} + H_{TP} + H_u; \quad (7)$$

$$H_u = \int_{s_1}^{s_2}\left[\alpha_1 \frac{\rho_s}{\rho_w g}c_p \frac{\partial u_s}{\partial t} + \alpha_2 \frac{(1-c_p)}{g}\frac{\partial u_w}{\partial t} + \right.$$

$$\left. + \alpha_3\left(\frac{\rho_s}{\rho_w}\frac{u_s^2}{2g} - \frac{u_w^2}{2g} + \left(\frac{\rho_s}{\rho_w} - 1\right)z\right)\frac{1}{u}\frac{\partial c}{\partial t} + \alpha_4 \frac{1}{2}c\frac{1}{u}\frac{\partial}{\partial t}\frac{(u_w - u_s)^2}{2g}\right]ds.$$

$$u_s = \frac{c_p}{c}u, \quad u_w = \frac{1-c_p}{1-c}u. \qquad \rho_э = \rho_s \alpha_s \frac{c_p^3}{c^2} + \rho_w \alpha_w \frac{\left(1-c_p\right)^3}{\left(1-c\right)^2}.$$

Первые и вторые слагаемые в скобках уравнения (7), представляют собой скоростной и пьезометрические напоры, изображающиеся соответствующей высотой столба несущей жидкости. Что касается членов H_{TP} и H_u, то они представляют собой потери гидродинамического напора на расчетном участке трубопровода, связанные с работой внутренних и внешних сил трения в потоке и, соответственно, с работой локальной составляющей силы инерции суспензии в данный момент времени. Величина H_u называется инерционным напором для неустановившегося движения суспензии.

Отметим, что уравнение (7) относится к некоторому определенному моменту времени. Поэтому все члены этих уравнений должны вычисляться для одного и того же момента времени.

4. Выводы, отражающие решение научной задачи.

Для изучения нестационарных гидродинамических процессов, происходящих в напорных потоках суспензии, в настоящее время используются известные дифференциальные уравнения гидравлического удара, дополненные линеаризованным выражением закона гидравлического сопротивления трубы, при этом суспензия рассматривается как некоторая однородная среда повышенной плотности. Что касается обобщенного уравнения Бернулли для нестационарного напорного движения суспензии, то к настоящему времени оно никем не получено, а, следовательно, не используется для решения определенного класса задач, связанных с изучением нестационарных гидродинамических процессов. В данной работе впервые получено обобщенное уравнение Бернулли, учитывающее инерционный напор в случае неустановившегося напорного движения суспензии и найдено выражение этого напора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жуковский Н.Е. О гидравлическом ударе в водопроводных трубах. Избранные сочинения, т.II. – М.: Гостехтеориздат, 1948. – 422 с.

2. Чарный И.А. Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах. – М.: Недра, 1975. – 295 с.

3. Чугаев Р.Р. Гидравлика. – “Энергия” Ленинградское отделение, 1975. – 598 с.

4. Трубопроводный гидротранспорт твердых сыпучих материалов / Л.И. Махарадзе, Т.Ш. Гочиташвили, С.И. Криль, Л.А. Смойловская. – Тбилиси: Мецниереба, 2006. – 350 с.

5. Семененко Е.В. Оценка параметров работы гидротранспортной установки при колебаниях расхода и давления гидросмеси без изменения концентрации // Горная электромеханика и автоматика, N80, 2008, – С. 158 – 174.

6. Франкль Ф.И. О системе уравнений движения взвешенных наносов // Исследование максимального стока, волнового воздействия и движения наносов. – М., 1960. – С. 132 – 137.

7. Криль С.И. Напорные взвесенесущие потоки. – К.: Наук.дунка, 1990. – 160 с.

8. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1970. – 904 с.

9. Криль С.И., Берман В.П. Об измерении расхода гидросмеси трубой Вентури // Вісник Східноукраїнського Державного Університету. Сер. Промисловий транспорт, N2(18). – 1999. – С. 93 – 98.